Equation différentielle d'ordre 2
utilisation des complexes

On va voir comment les complexes peuvent nous aider à résoudre une équation différentielle d'ordre 2 et comparer à la méthode classique.

On souhaite résoudre l'équation différentielle suivante :

$$\boxed{(E): \quad y'' - 2y' - 3y = 3\cos(2t)}$$

Point méthode

Résumons les différentes étapes pour résoudre une équation différentielle d'ordre 2 :

- Quelle que soit la méthode utilisée, on commence par déterminer les solutions de l'équation homogène.
- Ensuite, on trouve une solution particulière de l'équation complète. Pour cela, on sait que l'on cherche une telle solution sous une forme que « ressemble » au second membre. C'est ici que les méthodes diffèrent...

Méthode classique

Ici le second membre est $3\cos(2t)$, on cherche donc une solution particulière de la forme :

$$y_p(t) = A\cos(2t) + B\sin(2t)$$

On injecte dans (E) et on trouve les constantes A et B.

Méthode des complexes

On remarque que $3\cos(2t)$ est la partie réelle de $3e^{2it}$.
L'équation (E) étant **linéaire**, ses solutions sont les parties réelles des solutions de l'équation complexe :

$$(E_c): \quad z'' - 2z' - 3z = 3e^{2it}$$

On cherche une solution particulière z_p de (E_c). Cette fois-ci le second membre est $3e^{2it}$, on va donc chercher une solution particulière de (E_c) de la forme :

$$z_p(t) = Ce^{2it}$$

On injecte dans (E_c) et on trouve la constante C. On déduit alors y_p en prenant la partie réelle de z_p.

Q 1 Résoudre l'équation homogène associée à (E).

Q 2 Trouver une solution particulière de (E) à l'aide de la méthode classique.

Q 3 Trouver une solution particulière de (E) à l'aide de la méthode des complexes.