

(M26) On veut par exple:

$$\frac{z - \frac{1}{z}}{z - z^2} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{z^2 - 1}{z^2 - z^3} \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(z-1)/(z+1)}{z^2(1-z)} \in \mathbb{R}$$

(R) $z=1$ est solution, car ds ce cas les 3 pts sont confondus.

Si $z \neq 1$: pts alignés $\Leftrightarrow \frac{z+1}{z^2} \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \frac{z+1}{z^2} = \overline{\left(\frac{z+1}{z^2}\right)} \Leftrightarrow \bar{z}^2(z+1) = z^2(\bar{z}+1)$$

$$\Leftrightarrow z\bar{z}^2 - \bar{z}z^2 + \bar{z}^2 - z^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow z\bar{z}(\bar{z}-z) + (\bar{z}-z)(\bar{z}+z) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\bar{z}-z)(z\bar{z} + \bar{z}+z) = 0$$

$$\Leftrightarrow z \in \mathbb{R} \text{ ou } |z|^2 + 2\operatorname{Re}(z) = 0$$

On pose $z = x + iy$:

$$|z|^2 + 2\operatorname{Re}(z) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + y^2 = 1$$

Conclusion: $n \in (\mathcal{O}_X)$

$$\text{ou } n \in \mathcal{C}((-1,0], 1)$$

$$\text{et } n \neq 0$$