

(J/6) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

Q1. $f(e) = \frac{1}{e}$ $f(1/e) = \frac{-1}{1/e} = -e$

$f(\sqrt{e}) = \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{e}} = \frac{1}{2\sqrt{e}}$ $f(e^2) = \frac{2}{e^2}$

Q2. $x \rightarrow 0^+$: $f(x) \rightarrow -\infty$ ($\frac{-\infty}{0^+}$)

$x \rightarrow +\infty$: $f(x) \rightarrow 0$ (Croiss. comp.)

Q3. $f'(x) = \frac{1/x \cdot x - 1 \cdot \ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x}$

Signe de $1 - \ln x$: $1 - \ln x > 0$

$\Leftrightarrow 1 > \ln x$

$\Leftrightarrow e > x \quad \downarrow \ln \nearrow$

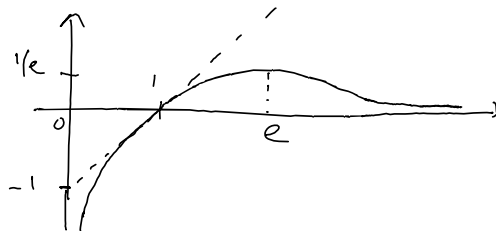
D'où le tableau:

x	0	e	$+\infty$
s. f'		+	-
v. f	$-\infty$	$1/e$	0

Q4. Tg_{he}: $f'(1) = \frac{1-0}{1} = 1$ et $f(1) = 0$

D'où: $T_1: y = (x-1) + 0$

Q5



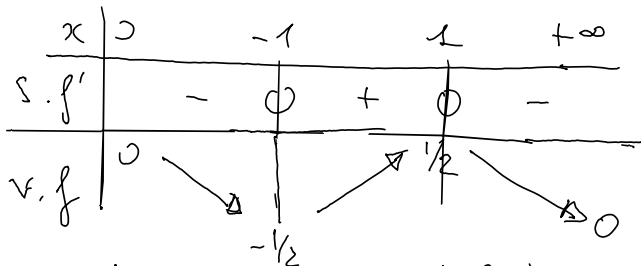
(J17) $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

Q1. • $\mathcal{D}f = \mathbb{R}$
 • $f(-x) = \frac{-x}{x^2+1} = -f(x)$ } f impair.

Q2. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$ (termes de + haut degré).

Donc $y=0$ est asympt. horiz. en $\pm\infty$

Q3. $f'(x) = \frac{1(x^2+1) - x \times 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{-x^2+1}{(1+x^2)^2}$



Q4. $T_0: y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$T_0: y = x$

Q5. Étudions le signe de $f(x) - x$:

$$f(x) - x = \frac{x}{x^2+1} - x = \frac{x - x(x^2+1)}{x^2+1} = \frac{x(1-x^2-1)}{x^2+1}$$

$$= \frac{-x^3}{1+x^2} \quad \text{positif ssi } x \leq 0.$$

Et au dessus de T_0 pour $x \leq 0$ et Et en dessous pour $x > 0$

Q6. ---

Q7. Puisque f impair, la courbe est sym / O donc les tg₀ aux abs. opp. sont // . Par le calcul: $f'(-x) = f'(x)$.