

TRAVAIL LIBRE FÉVRIER 2025

Exercice I

Dans un repère orthonormé direct de l'espace on considère :

- Les points $A(2; -3; 6)$ et $B(-2, 3, 5)$,
- Les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$,
- Le plan \mathcal{P} passant par A et dirigé par \vec{u} et \vec{v} .

Q1 Donner une équation paramétrique du plan \mathcal{P} .

Q2 Montrer qu'une équation cartésienne du plan \mathcal{P} est :

$$\mathcal{P} : -x + y + z = 1$$

Q3 a. Le point B appartient-il au plan \mathcal{P} ?

b. Déterminer les coordonnées du point H , projeté orthogonal de B sur \mathcal{P} .

Q4 Déterminer une équation paramétrique de la droite \mathcal{D} intersection du plan \mathcal{P} avec le plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Q5 On considère la droite \mathcal{D}' passant par A et dirigée par \vec{u} ainsi que la droite \mathcal{D}'' passant par B et dirigée par \vec{w} . Ces droites sont-elles coplanaires ? Justifier.

Exercice II

On considère la famille de vecteurs de \mathbb{R}^4 suivantes :

$$\mathcal{F} = \{u_1(1, -3, 5, 2), u_2(1, -1, -4, 3), u_3(2, -12, 37, 1)\}$$

Q6 Est-elle libre ? liée ? génératrice ? Justifier soigneusement votre réponse.

Q7 Donner un système d'équations cartésiennes de \mathcal{F} .

Q8 Déterminer une famille génératrice de l'espace

$$\mathcal{F}' = \left\{ (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / \begin{cases} x + y - z = 0 \\ y + z - t = 0 \end{cases} \right\}$$

Exercice III

Ne pas oublier l'informatique !!! (TD J2 + révisions sur tout...)