Classe TSI1 9/02/2026

Interrogation 5 (40')
Géométrie dans l'espace

Les calculatrices **sont autorisées**.

Q 1 Déterminer l'équation cartésienne du plan $\mathcal{P}_1$ passant par le point $A_1(3,-1,1)$ et perpendiculaire à la droite $\mathcal{D}_1$ d'équation paramétrique $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = 3+2t \end{cases}$

Q 2 Donner une équation paramétrique de la droite $\mathcal{D}_2$ intersection du plan $\mathcal{P}_2$ d'équation $x-y-6=0$ et du plan $\mathcal{P}_2'$ d'équation cartésienne $2x-y+z-4=0$.

Q 3 Déterminer la distance entre le point $A_3(1,2,3)$ et le plan $\mathcal{P}_3$ d'équation cartésienne $x-2y+3z-4=0$.

Q 4 Déterminer la distance entre le point $A_4(1,2,3)$ et la droite $\mathcal{D}_4$ passant par le point $B_4(4,5,6)$ et de vecteur directeur $\vec{u}=(1,0,-2)$.

Classe TSI1 9/02/2026

Interrogation 5 (40')
Géométrie dans l'espace

Les calculatrices **sont autorisées**.

Q 1 Déterminer l'équation cartésienne du plan $\mathcal{P}_1$ passant par le point $A_1(3,-1,1)$ et perpendiculaire à la droite $\mathcal{D}_1$ d'équation paramétrique $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = 3+2t \end{cases}$

Q 2 Donner une équation paramétrique de la droite $\mathcal{D}_2$ intersection du plan $\mathcal{P}_2$ d'équation $x-y-6=0$ et du plan $\mathcal{P}_2'$ d'équation cartésienne $2x-y+z-4=0$.

Q 3 Déterminer la distance entre le point $A_3(1,2,3)$ et le plan $\mathcal{P}_3$ d'équation cartésienne $x-2y+3z-4=0$.

Q 4 Déterminer la distance entre le point $A_4(1,2,3)$ et la droite $\mathcal{D}_4$ passant par le point $B_4(4,5,6)$ et de vecteur directeur $\vec{u}=(1,0,-2)$.

Correction

Q 1 Déterminer l'équation cartésienne du plan $\mathcal{P}_1$ passant par le point $A_1(3,-1,1)$ et perpendiculaire à la droite $\mathcal{D}_1$ d'équation paramétrique $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = 3+2t \end{cases}$

▶ **Réponse :**

Le vecteur directeur de la droite $\mathcal{D}_1$ est $\vec{u} = (1,-1,2)$. Ce vecteur est normal au plan $\mathcal{P}_1$. Une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}_1$ est donc :

$$(x-3)-(y+1)+2(z-1)=0 \iff \boxed{x-y+2z-6=0}$$

Q 2 Donner une équation paramétrique de la droite $\mathcal{D}_2$ intersection du plan $\mathcal{P}_2$ d'équation $x-y-6=0$ et du plan $\mathcal{P}_2'$ d'équation cartésienne $2x-y+z-4=0$.

▶ **Réponse :**

Un vecteur normal au plan $\mathcal{P}_2$ est $\vec{n} = (1,-1,0)$ et un vecteur normal au plan $\mathcal{P}_2'$ est $\vec{n}' = (2,-1,1)$. Un vecteur directeur de la droite d'intersection $\mathcal{D}_2$ est donc donné par le produit vectoriel :

$$\vec{u} = \vec{n} \wedge \vec{n}' = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

De plus, le point $A_2(6,0,-8)$ appartient à la fois à $\mathcal{P}_2$ et à $\mathcal{P}_2'$. Une équation paramétrique de la droite d'intersection $\mathcal{D}_2$ est donc :

$$\boxed{\mathcal{D}_2 \begin{cases} x = 6-t \\ y = 0-t \\ z = -8+t \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}}$$

Q 3 Déterminer la distance entre le point $A_3(1,2,3)$ et le plan $\mathcal{P}_3$ d'équation cartésienne $x-2y+3z-4=0$.

▶ **Réponse :**

La distance cherchée est égale à la norme du vecteur $\overrightarrow{A_3H}$, où H est le projeté orthogonal de A_3 sur le plan $\mathcal{P}_3$. Un vecteur normal au plan $\mathcal{P}_3$ est $\vec{n} = (1,-2,3)$. Le point H est donc déterminé par :

$$\overrightarrow{A_3H} = \lambda\vec{n} \quad \text{et} \quad H \in \mathcal{P}_3$$

En traduisant la première condition en coordonnées, on trouve :

$$\begin{cases} x_H = 1 + \lambda \\ y_H = 2 - 2\lambda \\ z_H = 3 + 3\lambda \end{cases}$$

En injectant dans l'équation du plan $\mathscr{P}_3$, on trouve :

$$(1+\lambda) - 2(2-2\lambda) + 3(3+3\lambda) - 4 = 0 \iff 14\lambda + 2 = 0 \iff \lambda = -\frac{1}{7}$$

D'où :

$$\left\|\overrightarrow{A_3H}\right\| = \left\|-\frac{1}{7}\vec{n}\right\| = \frac{1}{7}\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2} = \boxed{\frac{\sqrt{14}}{7} = dist(A_3, \mathscr{P}_3)}$$

Q 4 Déterminer la distance entre le point $A_4(1,2,3)$ et la droite $\mathscr{D}_4$ passant par le point $B_4(4,5,6)$ et de vecteur directeur $\vec{u} = (1,0,-2)$.

▶ **Réponse :**

La distance cherchée est égale à la norme du vecteur $\overrightarrow{A_4H}$, où H est le projeté orthogonal de A_4 sur la droite $\mathscr{D}_4$. Un vecteur directeur de la droite $\mathscr{D}_4$ est $\vec{u} = (1,0,-2)$. Le point H est donc déterminé par :

$$\overrightarrow{BH} = \lambda\vec{u} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{A_4H} \cdot \vec{u} = 0$$

En traduisant la première condition en coordonnées, on trouve :

$$\begin{cases} x_H = 4 + \lambda \\ y_H = 5 \\ z_H = 6 - 2\lambda \end{cases}$$

On trouve alors $\overrightarrow{A_4H} = \begin{pmatrix} 3+\lambda \\ 3 \\ 3-2\lambda \end{pmatrix}$. Puis en injectant dans la seconde condition, on trouve :

$$\overrightarrow{A_4H} \cdot \vec{u} = \begin{pmatrix} 3+\lambda \\ 3 \\ 3-2\lambda \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = -3 + 5\lambda = 0 \iff \lambda = \frac{3}{5}$$

D'où :

$$\left\|\overrightarrow{A_4H}\right\| = \left\|\begin{pmatrix} 3+\frac{3}{5} \\ 3 \\ 3-\dfrac{6}{5} \end{pmatrix}\right\| = \sqrt{\left(\frac{18}{5}\right)^2 + 3^2 + \left(\frac{9}{5}\right)^2} = \boxed{\sqrt{\frac{126}{5}} = dist(A_4, \mathscr{D}_4)}$$