

DEVOIR SURVEILLÉ N°1 (2H)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction et la précision des raisonnements entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice I

Attention : cet exercice est à rédiger sur l'énoncé et il est à rendre après 30' maximum.

Q1 On assiste au défilé des athlètes lors des JO de Paris 2024.
On sait que :

Tous les néo-zélandais portent une veste noire.

Pour chacune des affirmations suivantes, répondre à la question par :

OUI, NON, ou ON NE PEUT PAS SAVOIR

	OUI	NON	?
On aperçoit un athlète avec une veste noire. Est-il néo-zélandais ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ensuite, on voit quelqu'un qui porte une veste bleue. Est-il néo-zélandais ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
On croise un athlète néo-zélandais. Porte-t-il une veste noire ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
On voit ensuite un athlète français. A-t-il une veste noire ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
On termine avec un athlète espagnol. A-t-il une veste rouge ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Q2 Quelle est la contraposée de l'implication $P \implies Q$?

Q3 Quelle est la négation de l'implication $P \implies Q$?

Q4 Donner (sans la démontrer !) la contraposée de la propriété bien connue :

$$xy = 0 \implies x = 0 \text{ ou } y = 0$$

.....

Q5 Donner la négation de la phrase : « Il y a au moins un coureur qui a eu au moins deux médailles aux J.O. »

.....

Q6 On considère un entier $n \in \mathbb{N}$. Démontrer la phrase : « Si n^2 est impair, alors n est impair ».

.....

Exercice II

Le plan est muni d'une base $\mathcal{B} = \{\vec{i}, \vec{j}\}$ et d'un repère $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$.

Q 7 La notation $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$ signifie que les coordonnées du vecteur \vec{u} dans la base \mathcal{B} sont x et y .

Par quelle égalité vectorielle se traduit cette notation ?

Q 8 La notation $A(x, y)_{\mathcal{R}}$ signifie que les coordonnées du point A dans le repère \mathcal{R} sont x et y .

Par quelle égalité vectorielle se traduit cette notation ?

On considère deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} dont les coordonnées dans la base \mathcal{B} sont respectivement : $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$.

Q 9 Quelles sont les coordonnées de $\vec{w} = 3\vec{u} - 2\vec{v}$ dans la base \mathcal{B} ?

Q 10 Pourquoi peut-on dire que la famille $\mathcal{B}' = \{\vec{u}, \vec{v}\}$ est une base ?

Q 11 On considère ensuite le vecteur \vec{w}_1 dont ses coordonnées dans la base \mathcal{B}' sont : $\vec{w}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}'}$.

Déterminer les coordonnées de \vec{w}_1 dans la base \mathcal{B} .

Q 12 On considère enfin le vecteur \vec{w}_2 dont ses coordonnées dans la base \mathcal{B} sont : $\vec{w}_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$.

Déterminer les coordonnées de \vec{w}_2 dans la base \mathcal{B}' .

Exercice III

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 2x^2 + 7x + 5$.

Q 13 Donner (par la méthode de votre choix) les formes canonique (FC) et factorisée (FF) de f .

Q 14 Résoudre l'équation : $(E_1) \quad f(x) = 0$.

Q 15 Résoudre l'inéquation : $(I_1) \quad f(x) \geq 0$.

Q 16 Donner l'ensemble de définition \mathcal{D} de la fonction f définie par $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

Q 17 Résoudre enfin sur \mathcal{D} l'équation : $(E_2) \quad x + 1 = \sqrt{2x^2 + 7x + 5}$.

(On soignera particulièrement la rédaction du raisonnement. Celui-ci sera fait par équivalence ou par implication/réciproque au choix...)

Exercice IV

Q 18 Résoudre les inéquations suivantes sans oublier de commencer par donner les ensembles de définition :

$$\text{a. } (I_1) : \frac{2x+3}{x-3} < 1 \qquad \text{b. } (I_2) : |x-5| \leq 8 \qquad \text{c. } (I_3) : |3x-5| + |x-1| \leq 4$$

Exercice V

Q 19 Résoudre l'équation $(E_1) : \left| \ln|x-2| \right| = 2$

Q 20 On considère les fonctions polynômes f et g définies par :

$$f(x) = 2x^3 - 6x^2 \qquad g(x) = 2x - 6$$

Déterminer la position relative des courbes représentatives \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g des fonctions f et g .