Programme de colle 27

(11/05/2026 - 13/05/2026)

Attention ! Semaine de l'ascension, le jeudi est férié, penser à contacter vos colleurs...

1 Le programme de colle porte cette semaine sur...

Chapitre X : développements limités (tout !)

- Négligeabilité / équivalences
- dév. limités (définition, unicité, Taylor-Young, primitive, références, addition, produit, quotient et composition)
- Calculs de limites, étude de position courbes/tangentes

2 Pratique calculatoire :

Calculer les développements limités en 0 à l'ordre 4 des fonctions :

Q 1 $f(x) = \dfrac{1}{1-x} - e^x$

Q 2 $f_1(x) = \sqrt{1-x}\sqrt{1+x}$

Q 3 $f_2(x) = \sin(x)\cos(2x)$

Q 4 $f_3(x) = (e^x)^2$

Q 5 $f_4(x) = (e^{\sin(x)})$

Q 6 $f_5(x) = \dfrac{1}{\cos(x)}$

Q 7 $f_6(x) = e^x \ln(1+x)$

Q 8 $f_7(x) = \ln(1+\sin(x))$

Q 9 $f_8(x) = \cos(\ln(\cos x))$

3 Exercices/questions à préparer

☐ **Exercice 1 (Cours)**

Q 1 Donner au moins un exemple pour illustrer le fait qu'en général les équivalents ne sont pas compatibles avec l'addition.

Q 2 Donner au moins un exemple pour illustrer le fait qu'en général les équivalents ne sont pas compatibles avec la composition.

Q 3 Déterminer la limite en 0^+ de $x^{(x^x-1)}$ *(attention à la rédaction, pas de composition d'équivalents...)*

☐ **Exercice 2 (Cours)**

Q 1 Donner (sans démo) le développement limité à l'ordre $2n$ en 0 de $\cos x$.

Q 2 Donner et démontrer le développement limité à l'ordre n en 0 de e^x.

Q 3 Donner et démontrer le développement limité à l'ordre n en 0 de $f(x) = \dfrac{1}{1-x}$.

Q 4 Donner et démontrer le développement limité à l'ordre n en 0 de $\ln(1+x)$.

☐ **Exercice 3 (Fait en classe)**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1}{1+\mathrm{e}^x}$.

Q 1 Montrer qu'au voisinage de 0 on a : $f(x) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{x}{4} + \dfrac{x^3}{48} + o\left(x^3\right)$

Q 2 En déduire que la courbe représentative de f admet une tangente au point d'abscisse 0, dont on précisera l'équation.

Q 3 Prouver que la courbe traverse la tangente en 0 *(Un tel point est appelé point d'inflexion.)*