Programme de colle 26

(04/05/2026 - 08/05/2026)

Information : beaucoup d'heures de cours sautent avec les divers jours fériés, et une partie du travail est à faire en autonomie à la maison, c'est pourquoi, il y a un certain nombre de passages de cette colle dont la correction est déjà en ligne sur le site...

1 Le programme de colle porte cette semaine sur...

Chapitre W : Polynômes

- Tout !

2 Pratique calculatoire : un peu de python... encore 😉

En informatique, une façon simple de représenter un polynôme est d'utiliser un tableau indexé à partir de 0. Ainsi chaque case d'indice i représente le coefficient de degré i. Ce n'est pas la seule représentation possible, ni la plus performante, mais sans doute la plus simple.
En python, on peut utiliser des *listes* à la place des tableaux...p *(Les corrections des questions suivantes sont en ligne sur la page dédiée au chapitre des polynômes. L'idée est de comprendre les scripts pour être capable de les restituer et expliquer...)*

Q 1 Écrire une fonction python `somme_P(a,b)` qui reçoit deux listes (représentant deux polynômes) et qui renvoie une liste représentant la somme des deux polynômes.

Q 2 Écrire une fonction python `produit_P(a,b)` qui reçoit deux listes (représentant deux polynômes) et qui renvoie une liste représentant le produit des deux polynômes.

Q 3 Écrire une fonction python `affiche_P(a)` qui reçoit une liste (représentant un polynôme) et qui affiche son écriture avec l'indéterminée X (Par exemple : `3X^2+(-2)X^1+1X^0` ou mieux : `3X^2-X+1`)

3 Exercices/questions à préparer

☐ **Exercice 1 (À préparer)**
Factoriser dans $\mathbb{R}[X]$ le polynôme $P = (X^2 - X + 1)^2 + 1$
(On pourra commencer par factoriser dans $\mathbb{C}[X]$ en remarquant que $1 = -i^2$).

☐ **Exercice 2 (Fait en classe)**
Soit $n \in \mathbb{N}$ avec $n \geqslant 2$. On souhaite déterminer tous les polynômes P de $\mathbb{R}[X]$ tels que $X^2P'' + XP' + P = X^n$. Pour cela :

Q 1 Montrer que nécessairement, $deg(P) = n$.

Q 2 Poser $P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k$ et par identification montrer que $P(X) = \frac{1}{n^2+1}X^n$.

☐ **Exercice 3 (À préparer)**

Soit n un nombre entier, a, b des réels et $P(X) = \sum_{k=0}^{n} X^{k+2} + aX + b$. Déterminer les éventuels réels a et b pour que P admette 1 comme racine double.

☐ **Exercice 4 (Correction en ligne...)**
Soit $n \in \mathbb{N}$. Soit $P = (X+1)^n - (X-1)^n$.

Q 1 Déterminer le degré de P et son coefficient dominant.

Q 2 Déterminer ses racines complexes *(on notera ω_0, ..., ω_{n-1} les racines n-ième de l'unité).*

Q 3 En déduire la factorisation de P dans $\mathbb{C}[X]$.