Programme de colle 19

(02/03/2026 - 07/03/2026)

1 Le programme de colle porte cette semaine sur...

Chapitre Q : Systèmes linéaires et familles de vecteurs

- Système linéaire, interprétation géométrique
- Matrice (augmentée) associée à un système
- Matrice échelonnée (+réduite)
- Algorithme du pivot de Gauss
- Ensemble des solutions, rang d'un système
- Famille de vecteurs de $\mathbb{R}^n$ (libres, liées, génératrices)

À noter : penser à l'utilisation de systèmes pour résoudre des questions de géométrie dans l'espace.

2 Pratique calculatoire :

Pour chaque système, dire s'il est compatible, donner son rang, les inconnues principales et secondaires (pas besoin de donner les solutions). Méthode : échelonner la matrice augmentée associée...

$$(S_1)\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ x + 2y + z = 1 \\ 2x + y + z = 0 \end{cases} \qquad (S_2)\begin{cases} 2x + y + 2z = 2 \\ y + 2z = 1 \\ x + y + 2z = 1 \end{cases} \qquad (S_3)\begin{cases} x + y + z - 3t = 1 \\ 2x + y - z + t = -1 \end{cases}$$

3 Exercices/questions à préparer

□ **Exercice 1 (À préparer)**

Étudier en fonction de la valeur du paramètre réel m les solutions du système :

$$\begin{cases} 3x + y - z = 1 \\ x - 2y + 2z = m \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

□ **Exercice 2 (À préparer)**

Étudier en fonction de la valeur du paramètre réel a les solutions du système :

$$\begin{cases} ax + (1-a)y + (1-a)z = a^2 \\ ax + (1+a)y + (1+a)z = a - a^2 \\ x + y + z = 1 - a \end{cases}$$

□ **Exercice 3 (À préparer)**

Résoudre le système suivant où x, y et z sont des réels **strictement positifs** :

$$(S)\ \begin{cases} x^4y^5z^6 = 1 \\ x^2y^2z^4 = 2 \\ x^2y^3z^5 = 3 \end{cases}$$

Indication : poser $X = \ln(x)$, $Y = \ln(y)$ et $Z = \ln(z)$

☐ **Exercice 4 (À préparer)**

Q 1 On note $F = \left\{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \setminus \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_3 + x_4 = 0 \end{cases} \right\}$ (F est donné sous forme implicite).
Déterminer deux vecteurs u et v tels que $F = Vect(u, v)$ (on cherche F sous forme explicite.)

Q 2 On note $G = Vect(u_1, u_2, u_3)$ avec $u_1 = (1, 2, -1, 3)$ et $u_2 = (2, 5, 0, 5)$ et $u_3 = (1, 1, -3, 4)$ (forme explicite).
Déterminer une équation cartésienne (forme implicite) de G.