

# Programme de colle 16

(26/01/2026 - 31/01/2026)

## 1 Le programme de colle porte cette semaine sur...

**Chapitre 0** : primitives / éq. différentielles

- Primitives, Intégrales (aire sous la courbe)
- Lien entre primitives et Intégrales
- Équations différentielles d'ordre 1 à coefficients constants

stants (seconds membres de la forme  $e^{at}$ ,  $A \cos(at)$ , superposition, problème de Cauchy)

- Équation différentielle d'ordre 2 à coefficients constants (seconds membres de la forme  $e^{at}$ ,  $A \cos(at)$ ,  $A \sin(at)$ , superposition, problème de Cauchy)

## 2 Pratique calculatoire :

Déterminer formellement (c'est à dire sans se soucier des ensembles d'existence) les primitives des fonctions élémentaires suivantes :

**Q 1**  $f_1(x) = 3x^3 + 2x + \frac{4}{x} - \frac{5}{x^3}$

**Q 2**  $f_2(x) = 2\sqrt{x}$

**Q 3**  $f_3(x) = \frac{3}{\sqrt{x}}$

**Q 4**  $f_4(x) = \frac{1}{1 + 4x^2}$

**Q 5**  $f_5(x) = (2x + 1)e^{x^2+x+1}$

**Q 6**  $f_6(x) = \frac{3x}{(x^2 + 1)^2}$

**Q 7**  $f_7(x) = \tan(2x)$

**Q 8**  $f_8(x) = \frac{(\ln x)^3}{x}$

**Q 9**  $f_9(x) = \frac{e^x}{\sqrt{2e^x + 1}}$

**Q 10**  $f_{10}(x) = \frac{1}{e^x + 1}$

**Q 11**  $f_{11}(x) = \frac{1}{(1+x)\sqrt{x}}$   
(rappel:  $x = \sqrt{x^2} \dots$ )

## 3 Exercices/questions à préparer

**Exercice 1 (À préparer)**

On définit les fonctions  $f$  et  $g$  sur  $]0; +\infty[$  par :  $f(x) = 2 \ln(x) + 3$  et  $g(x) = \frac{2}{e-1}x + \frac{3e-5}{e-1}$ .

**Q 1** Déterminer  $a$  et  $b$  tels que la fonction  $F$ , définie sur  $]0; +\infty[$ , par  $F(x) = x(a \ln(x) + b)$  soit une primitive de  $f$  sur  $]0; +\infty[$ , puis déterminer la primitive de  $f$  sur  $]0; +\infty[$  qui s'annule en  $e$ .

**Q 2** Vérifier que si  $x \in \{1, e\}$  alors  $f(x) = g(x)$ , puis déterminer l'aire entre les courbes représentatives des fonctions  $f$  et  $g$  pour  $x \in [1; e]$  (On admettra que pour  $x$  entre 1 et  $e$ , la courbe  $C_f$  est au-dessus de la courbe  $C_g$ ).

**Exercice 2 (À préparer)**

Soit  $f(x) = x^2 e^{-x}$ .

**Q 1** Calculer la dérivée de la fonction  $G$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $G(x) = -(x^2 + 2x)e^{-x}$ , puis en déduire une primitive de  $f$ .

**Q 2** Déterminer l'aire délimitée par la courbe  $C_f$ , l'axe des abscisses, et les droites d'équation  $x = 0$  et  $x = 2$ .

---

 **Exercice 3 (C'est l'exo O15, non fait en classe)**

Soit  $(E) : y' - \frac{y}{x^2} = x - \frac{1}{2x}$  à résoudre sur  $]0; +\infty[$ .

**Q 1** Résoudre l'équation homogène associée.

**Q 2** Chercher une solution particulière de  $(E)$  sous la forme d'un polynôme de degré 2.

**Q 3** En déduire la solution  $f$  de  $(E)$  sur  $]0; +\infty[$  vérifiant  $f(1) = 0$ .

---

---

 **Exercice 4 (À préparer)**

Résoudre l'équation  $(E) : y' + y = e^x + e^{-x}$

---